فصل ۲: ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم (Evaluation of System Reliability)

در این فصل می خواهیم رابطه قابلیت اطمینان یک سیستم ساده را بدست آوریم. سپس معیارهای دیگر ارزیابی سیستم از قبیل میانگین زمان تا خرابی، میانگین زمان تعمیر، و قابلیت دسترسی سیستم را محاسبه خواهیم کرد.

۲-۱ قابلیت اطمینان یک سیستم ساده (Reliability of a Simple System)

قابلیت اطمینان سیستم (R(T)) احتمال این است که یک سیستم مطابق با مشخصات کارکردی خود در بازه زمانی [0, t] بدون خرابی کار کند.
برای محاسبه قابلیت اطمینان یک سیستم ساده به مثال زیر توجه کنید. در این مثال می خواهیم میانگین تعداد خرابی های یک دستگاه یا سیستم در بازه زمانی [0, t] را که به آن نرخ خرابی (Failure rate) گفته می شود، تخمین بزنیم.
فرض کنید در زمان صفر تعداد N مولفه سالم و یکسان (از یک نوع) شروع به کار کرده اند. بعد از گذشت زمان t برخی از مولفه ها خراب شده اند. فرض کنید تعداد مولفه های خراب شده تا زمان t (یعنی در بازه [0, t]) را F(t) و تعداد مولفه های سالم و باقیمانده تا زمان t را S(t) بنامیم. بنابراین قابلیت اطمینان این مولفه ها برابر خواهد بود با:

$$R(t) = \frac{S(t)}{N} = \frac{S(t)}{S(t) + F(t)}$$

و به همین ترتیب عدم اطمینان (Unreliability) این مولفه ها برابر خواهد بود با:

$$Q(t) = \frac{F(t)}{N}$$

کاملا مشخص است که در هر زمان دلخواه t داریم:

$$R(t) + Q(t) = 1$$

بنابراین

$$R(t) = 1 - Q(t)$$

$$R(t) = 1 - \frac{F(t)}{N}$$

ما می خواهیم نرخ خرابی را محاسبه کنیم. پس لازم است از رابطه بالا نسبت به زمان مشتق بگیریم.

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{1}{N}\frac{dF(t)}{dt}$$

$$-N\frac{dR(t)}{dt} = \frac{dF(t)}{dt}$$

$\frac{dF(t)}{dt}$ نرخ خرابی آنی (Instantaneous rate) است، یعنی نرخ اینکه مولفه ها در زمان t خراب شوند. در زمان t تعداد مولفه های سالم باقیمانده $S(t)$ است. پس می توان

$$Z(t) = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{S(t)}$$

را به عنوان معیاری برای نرخ خرابی در نظر گرفت که بیانگر نرخ خرابی آنی مولفه ها در زمان t نسبت به تعداد مولفه های موجود در زمان t است. به $Z(t)$ اصطلاحا تابع نرخ خرابی (Failure rate function)، تابع خطر (Hazard function)، و یا نرخ خطر (Hazard rate) گفته می شود.

داشتیم:

$$-N\frac{dR(t)}{dt} = \frac{dF(t)}{dt}$$

و

$$Z(t) = \frac{1}{S(t)}\frac{dF(t)}{dt}$$

در نتیجه

$$Z(t) = \frac{1}{S(t)}\left[-N\frac{dR(t)}{dt}\right] = \frac{-1}{R(t)}\frac{dR(t)}{dt}$$

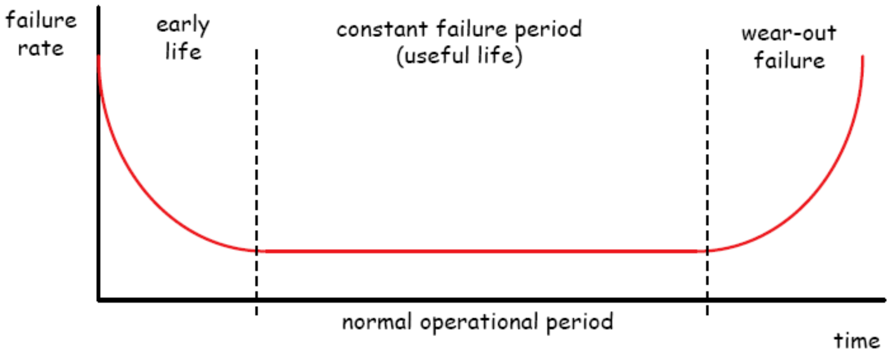
یا

$$Z(t) = \frac{1}{1-Q(t)}\frac{dQ(t)}{dt}$$

روابط فوق ارتباط نرخ خطر را با قابلیت اطمینان و یا عدم اطمینان نشان می دهد. پس نتیجه بحث تا کنون به روابط زیر منتهی شده است:

$$Z(t) = -\frac{\frac{dR(t)}{dt}}{R(t)} = \frac{\frac{dQ(t)}{dt}}{1-Q(t)}$$

Z(t) به زمان بستگی دارد. اما تجربه نشان داده است که برای بسیاری از سیستم ها، Z(t) در برخی از بازه های زمانی تقریبا سالم است. معمولا مولفه های سخت افزاری از یک نمودار تجربی نرخ خرابی تبعیت می کنند که به نمودار وان حمام (Bathtub) گفته می شود. این نمودار همانطور که در شکل زیر دیده می شود، عمر سیستم را به سه بازه نوزادی، جوانی، و پیری تقسیم می کند. در بازه های نوزادی و پیری نرخ خرابی بسیار زیاد است، اما در دوران جوانی تقریبا این نرخ ثابت است.



از آنجاییکه عموما دوران نوزادی در تست های استرس و گرما که در کارخانه انجام می شود، سپری می شود. می توان فرض کرد که معمولا سیستم ها در هنگام به کارگیری در بازه جوانی قرار دارند. پس:

$$Z(t) = \lambda$$

بنابراین:

$$Z(t) = \lambda = \frac{-1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \lambda dt = -\frac{dR(t)}{R(t)}$$

با انتگرال گیری از دو طرف رابطه خواهیم داشت:

$$\lambda \int_0^t dt = -\int_1^{R(t)} \frac{dR(t)}{R(t)}$$

$$\Rightarrow \lambda t \big|_0^t = LnR(t) \big|_1^{R(t)}$$

$$\Rightarrow \lambda t = LnR(t)$$

$$\Rightarrow R(t) = e^{-\lambda t}$$

این رابطه به قانون خرابی نمایی معروف است. یعنی با یک نرخ خرابی ثابت، قابلیت اطمینان به صورت یک تابع نمایی با زمان تغییر می کند.

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

پرسش: یک کارخانه خازن های سرامیکی تولید می کند که نرخ خرابی آنها ثابت و برابر 3×10^{-5} خرابی در هزار ساعت است.

الف) قابلیت اطمینان یک خازن پس از ده هزار ساعت چقدر است؟

پاسخ:

$$\lambda = \frac{3\times10^{-5}}{1000} = 3\times10^{-8}$$
$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-3\times10^{-8}t}$$
$$R(10^4) = e^{-3\times10^{-8}\times10^4} = e^{-3\times10^{-4}} = \frac{1}{e^{0.0003}} = 0.9997$$

ب) یک مشتری آزمایشی بر روی یک نمونه دوهزار تایی از خازنها انجام می دهد. بعد از پنج هزار ساعت کار، چه تعدادی خازن در این آزمایش انتظار می روز که خراب شوند؟

پاسخ:

$$S(t) = R(t)\cdot N$$
$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-3\times10^{-8}t}$$
$$S(5000) = e^{-3\times10^{-8}\times5000}\times2000 = 1999$$
$$F(5000) = 2000 - 1999 = 1$$

تنها انتظار یک خازن خراب را خواهیم داشت.

۲-۲ ارزیابی معیارهای دیگر (Evaluation of Other Criteria)

قابلیت اطمینان تنها معیار کارآمد برای ارزیابی سیستم ها نیست. معیارهای زیر نیز برای این منظور استفاده می شوند:

۱- MTTF (Mean Time To Failure): میانگین زمان تا خرابی که میانگین زمانی است که سیستم کار می کند قبل از اینکه یک خرابی را تجربه کند.

۲- MTBF (Mean Time Between Failure): میانگین زمانی بین دو خرابی که میانگین زمانی میان بروز دو خرابی متوالی سیستم است.

۳- MTTR (Mean Time To Repair): میانگین زمان تعمیر که میانگین زمانی است که لازم است تا یک سیستم خراب را تعمیر کرد.

۲-۲-۱ میانگین زمان تا خرابی MTTF (Mean Time To Failure)

فرض کنید N سیستم یکسان کار می کنند. اگر زمان خراب شدن سیستم i را با t_i نشان دهیم، داریم:

$$MTTF = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i$$

می دانیم تابع چگالی خرابی $\frac{dQ(t)}{dt}$ است و MTTF در حقیقت امید ریاضی زمان خرابی سیستم است. پس:

$$MTTF = \int_0^\infty t \frac{dQ(t)}{dt} dt = -\int_0^\infty t \frac{dR(t)}{dt} dt$$

پس از حل انتگرال فوق خواهیم داشت:

$$MTTF = \int_0^\infty R(t) dt$$

این رابطه نشان می دهد که مساحت زیر منحنی R(t) نسبت به زمان همان MTTF است.

حال اگر سیستم از قانون خرابی نمایی تبعت کند، داریم:

$$MTTF = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{-1}{\lambda}\left[e^{-\lambda t}\right]_0^\infty = \frac{1}{\lambda}$$

یعنی MTTF با نرخ خرابی رابطه معکوس دارد.

مثال: اگر چهار هزار مولفه را در هزار ساعت کار بررسی کنیم و 0.02 درصد مولفه ها خراب شوند، نرخ خرابی و MTTF را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$\lambda = \frac{0.02}{100} \times \frac{1}{1000} \times 4000 = 8 \times 10^{-4} \quad \text{failure/hour}$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{8 \times 10^{-4}} = 1250 \quad \text{hours}$$

مشاهدات فوق نشان می دهد که MTTF با نرخ خرابی رابطه عکس دارد. به عنوان مثال سیستمی با نرخ خرابی 0.001 خرابی در ساعت دارای MTTF برابر 1000 ساعت است. اما این برداشت که این سیستم می تواند برای 1000 ساعت به درستی کار کند، اشتباه است.

خوب است قابلیت اطمینان این سیستم را در زمان MTTF آن بررسی کنیم.

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$t = MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

$$R(MTTF) = e^{-\lambda\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = e^{-1} = 0.37$$

یعنی این سیستم در زمان MTTF خود با شانس 37 درصد می تواند درست کار کند و با شانس 63 درصد خراب خواهد بود.

۲-۲-۲ میانگین زمان تا تعمیر MTTR (Mean Time To Repair)

میانگین زمان تا تعمیر (MTTR) به راحتی تخمین زده نمی شود و به پارامترهای زیادی مانند نوع خرابی، مهارت و تجربه تعمیر کار، ابزارهای تعمیر، قابلیت تست سیستم و ... بستگی دارد. معمولا این زمان با تزریق کردن خطا در سیستم و بررسی زمان لازم برای تعمیر این خطا تخمین زده می شود.

در اکثر مواقع برای ساده شدن ارزیابی، نرخ تعمیر را که با μ نشان داده می شود، ثابت فرض می کنیم و برابر عکس MTTR در نظر می گیریم.

$$\mu = \frac{1}{MTTR}$$

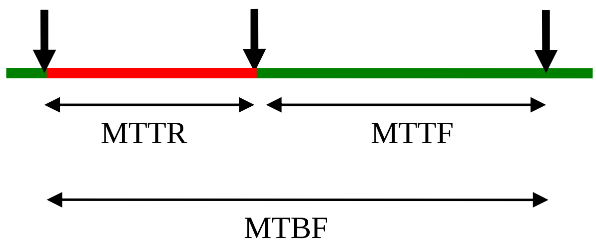
حال می توان قابلیت نگهداشت (Maintainability) سیستم را هم بیان کرد. قابلیت نگهداشت سیستم احتمال این است که یک سیستم خراب شده بتواند در بازه زمانی [0, t] تعمیر شود و دوباره قابل استفاده شود.

با این تعریف خواهیم داشت:

$$M(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

۲-۲-۳ میانگین زمان بین خرابی MTBF (Mean Time Between Failure)

میانگین زمانی بین خرابی، فاصله دو خرابی متوالی سیستم است. به عبارت دیگر بعد از یک خرابی سیستم، سیستم تعمیر می شود و مجدد در حال کار قرار می گیرد تا خرابی بعدی اتفاق افتد. بر اساس این تعریف و شکل زیر می توان MTBF را بدست آورد.



$$MTBF = MTTR + MTTF$$

حال بر اساس این معیارها می توان قابلیت دسترسی (Availability) را بیان کرد. قابلیت دسترسی احتمال این است که سیستم در یک زمان مشخص t در حال کارکرد درست باشد. همان طور که مشاهده می شود قابلیت دسترسی در لحظه زمان تعریف می شود در حالیکه قابلیت اطمینان در بازه زمان تعریف می شود.

از سوی دیگر یک سیستم می تواند بسیار دسترس پذیر باشد ولی بارها دچار خرابی شود و به عبارت دیگر قابلیت اطمینان پایینی داشته باشد.

اگر N تعداد خرابی های اتفاق افتاده در زمان اجرای سیستم باشد، قابلیت دسترسی پایدار (Steady-state) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$A_{Steady-state} = \frac{N \cdot MTTF}{N \cdot MTTF + N \cdot MTTR} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} = \frac{MTTF}{MTBF}$$

اگر سیستم از نرخ خرابی و تعمیر نمایی تبعیت کند، داریم:

$$A_{Steady-state} = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu}} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu}}$$